

### Застосування програмного засобу GRAN1 при доведенні тверджень

Одним із пріоритетних напрямків розвитку освіти на сучасному етапі є впровадження в навчально-виховний процес нових інформаційно-комунікаційних технологій. Це значною мірою сприяє гуманітаризації освіти, гуманізації, інтенсифікації і оптимізації навчально-виховного процесу, активізації пізнавальної діяльності, розвитку творчого мислення учнів.

Ефективність і якість навчання учнів за умови широкого впровадження засобів сучасних інформаційних технологій навчання в значній мірі залежить від педагогічних програмних засобів (ППЗ). Однією із головних методичних вимог, якій повинні задовольняти ППЗ, - реалізація діяльнісного підходу при навчанні математики [1]. Сутність діяльнісного підходу полягає в тому, що "... він передбачає діяльність по придбанню математичних знань, способів міркувань, застосовуваних в математиці, створення педагогічних ситуацій, які стимулюють самостійність, відкриття учнями математичних фактів, їх доведень в розв'язанні задач" [2, ст. 18].

Можливості використання нових інформаційних технологій навчання (НІТН) на уроках математики вивчалися багатьма дослідниками. Зокрема, В. В. Дровозюк [3] розробила методику вивчення елементів теорії границь числових послідовностей в курсі математики в класі з поглибленим вивченням її з використанням НІТН; А.В. Пеньков [4] створив пакет ППЗ для комп'ютерної підтримки шкільного курсу математики, який дає можливість конструювати системи завдань для індивідуальної роботи з урахуванням рівня розвитку і типу мислення учня. З'ясувався вплив НІТН на розвиток пізнавальної активності учнів [5], на розвиток розумової діяльності старшокласників у процесі вивчення алгебри і початків аналізу [6], на підвищення рівня теоретичних знань старшокласників при навчанні алгебри і початкам аналізу [7]. Досліджувався розвиток образного мислення учнів при вивченні стереометрії [8] і творчого мислення учнів [9] на уроках математики з використанням інформаційних технологій навчання. Розроблена комп'ютерна підтримка основних розділів курсу "Алгебра і початки аналізу" [10], факультативних та позакласних занять з математики в старшій школі [11].

На Україні і за її межами останнім часом створено чимало програмних засобів. Це такі програми як DERIVE, EUREKA, GRAN1, Maple, MathCad, Mathematica, MathLab тощо. На нашу думку, особливої уваги заслуговує спеціалізований програмний засіб GRAN1, розроблений М.І.Жалдаком і його учнями [12; 13], який призначений для комп'ютерної підтримки курсів алгебри, математичного аналізу, теорії ймовірностей і математичної статистики. Основне призначення програми – графічний аналіз

функцій. Можливі випадки застосування програми GRAN1 розглянуті у посібнику [13]. Шкільна практика показує, що найчастіше використання НІТН на уроках математики відбувається під час розв'язування обчислювальних задач або побудові графіків функцій.

Мета даної статті – дати психолого-педагогічне обґрунтування доцільності використання програмного засобу GRAN1 при доведенні тверджень курсу алгебри і початків аналізу, з'ясувати можливості використання цього програмного засобу при формуванні і розвитку умінь старшокласників доводити твердження (на матеріалі розділу “Похідна і її застосування”).

Проблема формування і розвитку умінь доводити математичні твердження тісно пов'язана з проблемою розумового розвитку школярів, підготовленістю до самостійного оволодіння знаннями, сформованістю умінь виявляти, засвоювати і запам'ятовувати основне із великого обсягу інформації шкільного курсу математики, тобто від сформованості певних якостей мислення. Щоб навчити учнів самостійно і творчо мислити і вчитися, треба включити їх в спеціально організовану діяльність: необхідно формувати і розвивати в учнів уміння, які відносяться до виконання розумових операцій. Психологічні дослідження показали, що оволодіння уміннями виконувати розумові операції тісно пов'язане з появою інтересу як до змісту засвоєваних знань, так і до способів їх добування. Інтерес, як відомо, є мотивом діяльності. А формування у старшокласників позитивних мотивів навчання є однією із важливих передумов формування інтелектуальних умінь ( до них відносяться уміння доводити твердження).

Програмний засіб GRAN1 реалізовує ідеї діяльнісного підходу до навчання і сприяє формуванню позитивної мотиваційної структури старшокласника. За допомогою даного програмного засобу учні здатні самостійно висувати гіпотези, робити припущення відносно розглядуваних закономірностей, мають можливість експериментально їх спостерігати. Старшокласники таким чином усвідомлюють необхідність доводити висунуті гіпотези, бачать, з якою метою і для чого вони це роблять.

Важливу роль при формуванні і розвитку умінь доводити математичні твердження відіграє узагальнення. За словами С. Л. Рубінштейна [14], узагальнення - це виділення властивостей, істотних для ряду явищ чи предметів. В залежності від рівня пізнання узагальнення виступає в двох основних формах: генералізація і понятійне узагальнення. Генералізація – узагальнення, яке здійснюється за ознакою чи властивістю, що є найбільш сильним подразником. Понятійне узагальнення існує в двох формах: емпіричне і теоретичне узагальнення. Емпіричне узагальнення відбувається за схемою: порівняння *предметів*, відбір спільних якостей (абстрагування), перерахування властивостей (узагальнення). Емпіричне узагальнення виробляється при порівнянні предметів і уявлень про них, які дозволяють виділити в них зовнішні властивості. Цей рівень узагальнення не дозволяє

виділити істотні особливості самого предмета, внутрішні зв'язки всіх його сторін. Теоретичне узагальнення відображає внутрішні відношення і зв'язки, сутність цілого. Схема теоретичного узагальнення слідує: виділення істотних властивостей, загального із окремого (аналіз через синтез), абстракція (розкриття внутрішніх властивостей об'єктів в закономірних залежностях), узагальнення, що відображає істотно загальне в предметах і явищах [15].

В.А. Крутецький відмічає, що в старшому шкільному віці потреба в узагальненні набагато вища, ніж у підлітка, і “в випадку вибору між витонченим, але єдиним розв'язанням і більш складним, але загальним, багато здібних учнів схильні до другого, настільки високо вони цінять фактор загальності” [16, ст. 370]. Наші спостереження також показали, що і для менш здібних до математики старшокласників характерний достатньо високий рівень здібностей до узагальнення. Але якщо для сильних, здібних учнів характерним є шлях змістовних, теоретичних узагальнень, то для слабших старшокласників – шлях емпіричних узагальнень. Програма GRAN1 може відіграти значну роль при оволодінні учнями прийомами емпіричного узагальнення і тим самим сприяти розвитку умінь доводити математичні твердження.

Можливість використання персонального комп'ютера при навчанні старшокласників доводити твердження курсу алгебри і початків аналізу забезпечується виконанням принципу (основної методичної вимоги до НІТН), який полягає в тому, що учень повинен мислити, а технічну роботу повинна виконувати машина [1].

Зрозуміло, що доведення тверджень тісно пов'язане з контекстом матеріалу, що вивчається, і не може бути відірвано від його змісту. Кожне доведення (як особлива логічна форма) складається із тези, аргументів і демонстрації. Аргументами при доведенні як раз і виступають раніше доведені теореми, аксіоми, означення.

У рамках нашого дослідження нам здається доцільним з'ясувати можливість застосування програми GRAN1 при формуванні основних понять і доведенні тверджень розділу “Похідна і її застосування”, а також з'ясувати вплив цього програмного засобу на розвиток умінь доводити.

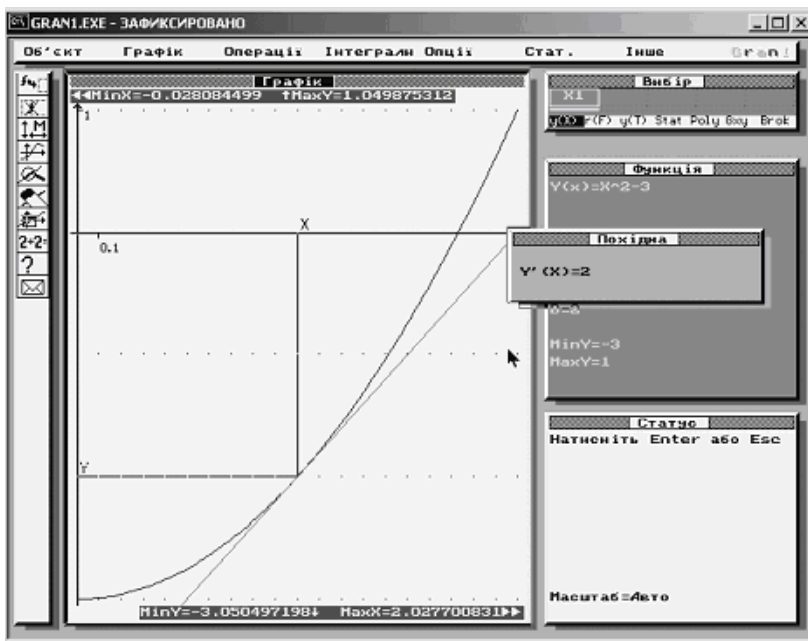
Як показали результати теоретичного дослідження, одним із основних понять диференціального числення, для геометричної інтерпретації якого необхідне створення наочної моделі, є поняття дотичної до кривої і її кутового коефіцієнта. Необхідність використання комп'ютера для реалізації вказаної моделі пояснюється тим, що: 1) термін “граничне положення січної” досить абстрактний і необхідно дати наочну геометричну інтерпретацію цього поняття; 2) побудова січних до графіка конкретної функції вимагає попередніх часто громіздких обчислень; 3) використання програмного засобу підсилює мотивацію, активізує навчально-пізнавальну діяльність, розвиває інтуїцію і творчі здібності учня.

Створити модель дотичної до кривої можна за допомогою послуги “Дотична” пункту “Операції”. Перед цим для побудови графіка функції, що буде розглядатися, треба скористатися пунктом “Графік”, а саме підпунктом “Побудувати”. Для побудови графіка функції треба ввести відповідний вираз, яким задано функціональну залежність, і відрізок, на якому даний графік буде розглядатися.

Пояснити поняття “дотична” можна, наприклад, на основі графіка функції  $y=x^2-3$ ,  $x \in [0; 2]$ . Залежно від рівня математичної підготовки класу, від здібностей і можливостей учнів вчитель на свій розсуд може скористатися графіком іншої функції.

Після побудови графіка функції звертаємося до послуги “Дотична”. У вікні “Графік” з’являється панель калькулятора, напис “Х-координата точки дотику” та допоміжне вікно з написом “Х=0”. У відповідь слід вказати абсцису точки, в якій необхідно побудувати дотичну. У нашому випадку вводимо  $X=1$ . Використавши підпункт “Дотична”, отримуємо дотичну до графіка функції в точці з абсцисою  $X=1$  (мал 1).

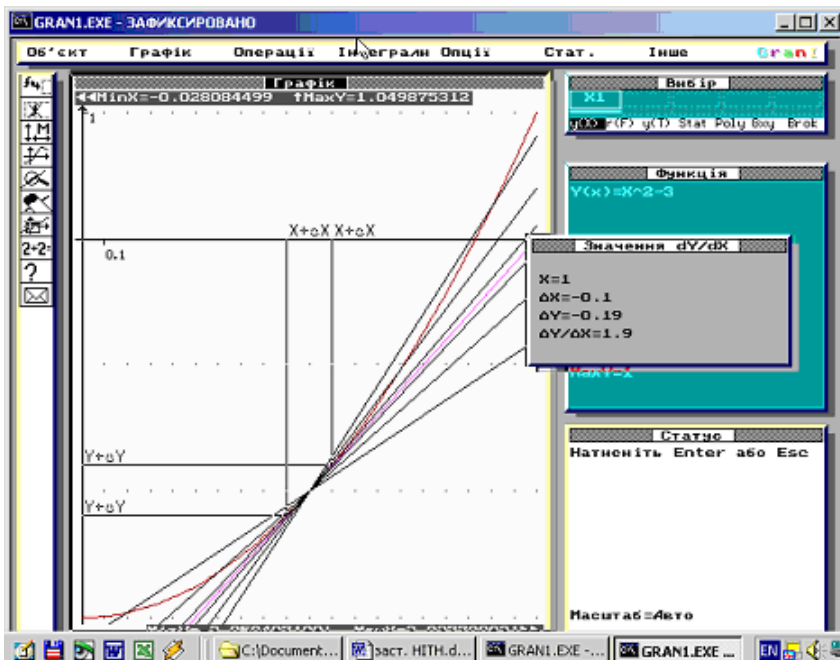
Мал. 1



Для роз’яснення поняття “граничне положення січної” варто побудувати кілька січних, що проходять через точки з абсцисами  $X=1$  і  $X=1+\Delta X$ . Для цього вибираємо послугу “Приріст аргументу” і вводимо значення  $\Delta X$ . Після введення значення  $\Delta X$  у вікні

“Графік” подається графік січної, що проходить через вказані точки, а на полі вікна “Функція” – значення кутового коефіцієнта січної ( $\Delta Y/\Delta X$ ) (мал. 2).

Мал. 2



Розглянемо  $X=1$ , а  $\Delta X = 0,8; 0,4; 0,1; -0,8; -0,4; -0,1$ .  
Запишемо в таблицю 1 отримані значення:

табл.1

$\Delta X$	0,8	0,4	0,1	-0,8	-0,4	-0,1
$\Delta Y$	2.24	0.96	0.21	-0.96	-0.64	-0.19
$\frac{\Delta Y}{\Delta X}$	2.8	2.4	2.1	1.2	1.6	1.9

Учням пропонується узагальнити отримані результати за такими запитаннями:

1. Як веде себе січна при умові, що точка з абсцисою  $1+\Delta X$  наближається по кривій  $y=x^2-3$  до точки з абсцисою  $X=1$  при  $\Delta X$  більше 0? Менше 0? (Повертається навколо точки з абсцисою  $X=1$ ).

2. Як змінюється відношення  $\Delta Y/\Delta X$ ? (Прямує до 2).

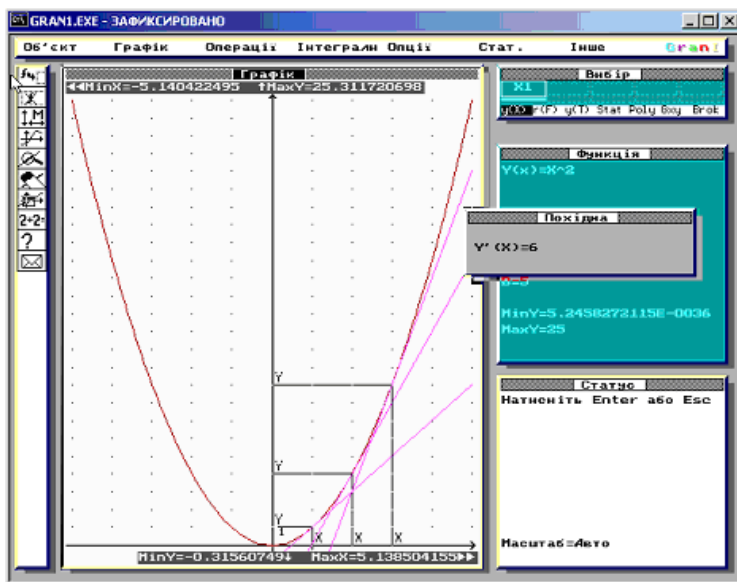
Після такого узагальнення вчитель формулює означення дотичної [17]. Оскільки положення дотичної до кривої у заданій точці цілком визначається кутом нахилу її до додатного напрямку осі  $Ox$ , то необхідно знайти цей кут, точніше, тангенс цього кута. Із таблиці слідує, що відношення  $\Delta Y/\Delta X$ , яке дорівнює тангенсу кута нахилу січної, прямує до числа 2. Але це число є значенням похідної функції при  $X=2$ . Отже, кутовий коефіцієнт дотичної до графіка функції, проведеної у точці з абсцисою  $X$ , дорівнює похідній функції в цій точці (геометричний зміст похідної).

Такий підхід до введення дотичної до графіка функції і з'ясування геометричного змісту похідної забезпечує свідоме, неформальне засвоєння цих понять та їх осмислене і повноцінне використання при подальшому вивченні матеріалу.

Зокрема, отримані знання можуть послугувати висуненню учнями гіпотези щодо достатніх ознак зростання (спадання) функції в точці. Шкільна практика показує, що при введенні названих ознак доцільно почати з графічних ілюстрацій відомих учням найпростіших функцій  $y=x^2$ ,  $y=x^3$ , властивості монотонності яких доводились раніше на основі означень зростаючої і спадної функцій. За допомогою підpunkту

“Побудувати” пункту “Графік” учні будують графік функції  $y=x^2$  на відрізку  $[-5; 5]$ . З малюнка видно, що в кожній точці проміжку  $(0; 5)$  функція зростає, а в кожній точці проміжку  $(-5; 0)$  спадає. Далі з використанням послуги “Дотична” пункту “Операції” їм пропонується побудувати дотичні до графіка функції в точках з абсцисами  $X=1; 2; 3$  (мал. 3)

мал.3



і заповнити таблицю 2 :

таблиця 2

x	1	2	3
$f'(x)$	2	4	6

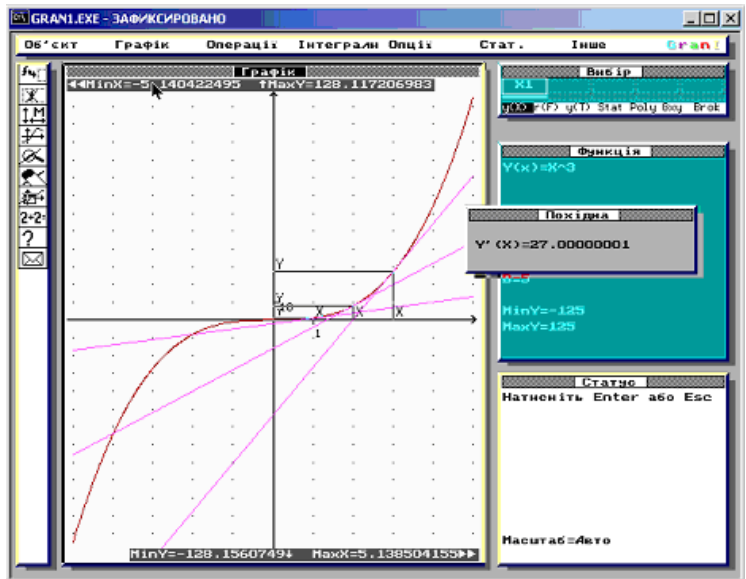
Аналогічну роботу учням треба виконати для заповнення таблиці 3 :

таблиця 3

x	-1	-2	-3
$f'(x)$	-2	-4	-6

Функція  $y=x^3$  зростає в кожній точці області визначення ( це видно із побудованого учнями графіка ) (мал. 4).

Мал.4



Аналогічно до таблиць 2 і 3 учні заповнюють таблицю 4 для функції  $y=x^3$ .

таблиця 4

x	1	2	3	-1	-2	-3
$f'(x)$	3	12	27	3	12	27

На основі розглянутих прикладів варто задати учням запитання :

1. Який знак має похідна функції  $y = x^2$  при  $x=1, x=2, x=3$ ?  
(Похідна додатня)
2. Як веде себе функція  $y = x^2$  у цих точках ? (Зростає)
3. Який знак має похідна функції  $y = x^3$  при  $x=1, x=2, x= -3$ ?  
(Похідна додатня)
4. Як веде себе функція  $y = x^3$  у цих точках ? (Зростає)
5. Як сформулювати за допомогою похідної достатні умови зростання функції в точці ?
6. Який знак має похідна функції  $y = x^2$  при  $x= -1, x= -2, x= -3$ ?  
(Похідна від'ємна)
7. Як веде себе функція  $y = x^2$  у цих точках ? (Спадає)
8. Як сформулювати за допомогою похідної достатні умови спадання функції в точці ?

Учні самостійно сформулюють зазначені достатні умови . При цьому треба звернути їхню увагу на те , що :

а) достатні умови є оберненими твердженнями щодо помічених на графіках  $y=x^3, y=x^2$  властивостей функції та їх похідних ;

б) сформульовані умови є лише гіпотезою , яка була висунута при розгляді двох конкретних функцій. Чи справджується ця гіпотеза для всьогої функції ?

Зроблені зауваження приводять до необхідності, до потреби доведення висунутої гіпотези. Далі можна довести сформульовані достатні умови монотонності , як це зроблено у підручнику [ 17].

Діючою програмою з математики для загальноосвітньої школи не передбачено дослідження графіка функції на опуклість, угнутість і знаходження точок перегину. При відсутності цих знань учні не мають повного уявлення про поведінку функції і побудований ними графік нерідко є неправильним . Оскільки програмний матеріал не дає змоги довести достатні ознаки вгнутості ( опуклості) графіка функції (для їх доведення, зокрема, використовується формула Тейлора), то нам здається доцільним на гурткових та факультативних заняттях проілюструвати названі ознаки геометрично з використанням програмного засобу GRAN1.

Таким чином, програмний засіб GRAN1 може ефективно використовуватися при доведенні тверджень розділу “Похідна і її застосування”, а саме, при висуненні учнями гіпотез і з’ясуванні



ідеї доведення. Застосування названої програми на уроках алгебри і початків аналізу сприяє розвитку умінь старшокласників доводити твердження, створюючи позитивну мотивацію та активізуючи навчально-пізнавальну діяльність. Вважаємо доцільним з'ясувати можливість застосування GRAN1 при доведенні тверджень решти розділів курсу “Алгебра і початки аналізу”, зокрема, при доведенні тверджень методом математичної індукції.

#### Література:

1. Карлащук А. Ю. Формирование исследовательских умений школьников в процессе решения математических задач с параметрами.: Дис. на соискание степени к. п. н.: 13.00.02. – метод. преп. мат –ки. -Донецк, 2001
2. Столяр А. А. Роль математики в гуманизации образования // Математика в школе. – 1990, № 6, ст. 17-28
3. Дровозюк В. В. Методика изучения элементов теории пределов числовых последовательностей с использованием новых информационных технологий: Дис. на соискание степени к. п. н.: 13.00.02. – метод. преп. мат –ки.(Киевский гос. пед. инст. им. М. П. Драгоманова) - К., 1992. –227с.
4. Пеньков А. В. Использование новой информационной технологии при преподавании математики в старших классах средней школы: Дис. на соискание степени к. п. н.: 13.00.02. – метод. преп. мат –ки.(Киевский гос. пед. инст. им. М. П. Драгоманова) - К., 1992. –171с.
5. Головань М. С. Развитие познавательной активности учнів в процесі навчання алгебри і початків аналізу на основі НІТ: Дис. на здобуття ступеню к. п. н.: 13.00.02. – методика викладання математики.( Укр. держ. пед. ін-т ім. М. П. Драгоманова ) . – К., 1997.- 177с.
6. Зайцева Т. В. Развитие рзумової діяльності старшокласників у процесі вивчення алгебри та початків аналізу з використанням інформаційних технологій.: Дис. на здобуття ступеню к. п. н.: 13.00.02. – методика викладання математики.( НПУ ім. М. П. Драгоманова ) . – К., 2001.- 215с
7. Лупан І. В. Підвищення рівня теоретичних знань старшокласників на основі комп'ютерно-орієнтованої системи навчання алгебри і початків аналізу: Дис. на здобуття ступеню к. п. н.: 13.00.02. – методика викладання математики.( НПУ ім. М. П. Драгоманова ) . – К., 2002.- 219с.
8. Вітюк О. В. Развитие образного мислення учнів при виченні стереометрії з використанням комп'ютера: Дис. ... к. п. н.: 13.00.02 / НПУ ім. М. Драгоманова. – К., 2001. –211 с.
9. Смалько О. А. Развитие творчого мислення старшокласників на уроках математики з використанням

- інформаційних технологій навчання: Дис. ... к. п. н.: 13.00.02 / НПУ ім. М. Драгоманова. – К., 2003. –252 с.
10. Жалдак М. І. Математика (алгебра і початки аналізу) з комп'ютерною підтримкою: Навч. посіб. для підготов. від-нь / М. І. Жалдак , А. В. Грохольська, О. Б. Жильцов. – К.: МАУП, 2003. – 304 с.
  11. Смалько О. А. Комп'ютеризована підтримка факультативних та позакласних занять з математики в старшій школі // Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання: Зб. наук. праць.- К.: НПУ ім. М. П. Драгоманова.-Вип. 6.- с.162-176
  12. Жалдак М. І. , Пеньков А. В. Комп'ютер на уроках математики //Використання нової інформаційної технології в навчальному процесі:Зб. наук. праць. – К.: РНМК, 1990. – с. 17-28
  13. Жалдак М. І. Комп'ютер на уроках математики:Посібник для вчителів. –К.: Техніка, 1997. – 303 с.
  14. Рубинштейн С.Л. О мышлении и путях его исследования.- М.: Изд-во АН СССР, 1958.-147 с
  15. Осинская В.Н. Активизация познавательной деятельности учащихся на уроках математики в 9-10 кл. – К.:Рад.школа, 1980.-143 с
  16. Крутецкий В. А. Психология математических способностей школьников. М., «Просвещение», 1968. –432 с.
  17. Шкіль М. І. та ін. Алгебра і початки аналізу: Підр. для 11 класу загальноосвітніх навчальних закладів/ М. І. Шкіль, З. І, Слєпкань, О, С. Дубинчук. - К.: Зодіак - ЕКО, 2003 - 384с.

Кугай Наталія Василівна, аспірант кафедри  
математики та методики викладання  
математики НПУ ім М, П. Драгоманова.

Домашня адреса: Сумська обл.

м. Глухів

вул. Вознесенська, 90, кв. 3

Контактний телефон: 8 (05444) 2-58-57